令和５年６月２６日

令和５年度　埼玉大学一般選抜（前期日程）理学部物理学科
「総合問題」の試験問題における出題ミスについて

国立大学法人　埼玉大学

令和５年２月２６日（日）に実施しました令和５年度埼玉大学一般選抜（前期日程）理学部物理学科「総合問題」の試験問題について出題ミスがあったことが判明しました。
受験生をはじめ、関係者の皆様に多大なご迷惑をおかけしましたことをお詫び申し上げますとともに、試験問題の確認体制をさらに強化し、再発防止に努めてまいります。

１　選抜区分の概要
（１）選抜区分　　　一般選抜前期日程
（２）試験実施日　　令和５年２月２６日（日）
（３）試験教科名　　総合問題
（４）該当する受験者数　４１名

２　本件の概要等
コンデンサーの片方の極板 A をばねで吊ったときの極板 A の運動について考察する大問１において、図２の設定で「ばねの力と重力がつり合う時の極板間の距離は z_0 として」と記されているが、その後、極板 A の固定を外す際に「ばねが自然長の時の極板 A の位置が $z=z_0$ であることに注意して」と記されており、条件に齟齬が生じていたことが判明しました。

問題文：令和５年度　個別学力検査（前期日程）　総合問題（理学部物理学科）抜粋

３　本件への対応
大問１の問８の直前の説明文として「ばねが自然長の時の極板 A の位置が $z＝z_0$ であることに注意し」とした（これを設定 a とする）が、前段での z_0 の定義など、問題の流れからすると「ばねが重力とつり合った時の極板 A の位置が $z＝z_0$ であることに注意し」が正しい（これを設定 b とする)。当初の採点では、この説明文以降の問題である問 8～問 11 について、設定 b に対してのみ正誤を判断していましたが、問 8～問 10 に対して、設定 a として正しく解かれた解答についても正解としました。また、問題の流れに重きを置き、設定 b に対して問 8～問 10 を解いた解答についてもそのまま正解としました。ただし、問 11 については、設定 b に対してのみ有効となり、設定 a については解答が不可能であるため、問 11 については全員正解としました。
以上の方針に基づき、再度、採点し集計を行いましたが、当初の合格判定には変更が生じませんでした。

以上

総 合 問 題

（理学部 物理学科） **〈抜粋〉**

令和５年度【前期日程】

問題冊子 **１～９ページ**
答案用紙 **４枚**

注 意 事 項

1．試験開始の合図があるまでこの問題冊子を開けてはいけない。

2．問題冊子や答案用紙の枚数の不足や，印刷に不鮮明なところがあれば申し出ること。

3．問題は２問（$\boxed{1}$，$\boxed{2}$）出題されている。２問すべてについて解答すること。

4．解答は必ず答案用紙の指定された箇所に記入すること。ただし，解答にあたっては，$\boxed{1}$ のすべて，及び $\boxed{2}$ の**問** 1，**問** 4，**問** ６～**問** １０は最終的な答えだけでなく，答えに至る道筋も記述すること。

5．受験番号は，答案用紙１枚ごとに所定の欄２箇所に必ず記入すること。記入を忘れたり，あるいは誤った番号を記入した場合は失格となることがある。

6．解答時間は，１２０分である。

7．試験が終了したら，答案用紙を上から（その１），（その２），（その３），（その４）の順番に重ねて机上に置くこと。

8．退室するときは，問題冊子を持ち帰ること。

1

図1のような電気回路の中に十分に広い面積Sを持つ2つの極板からなる平行板コンデンサーが固定されている。極板Aには$+Q$の電荷が，極板Bには$-Q$の電荷が帯電している($Q > 0$)。この時，以下の**問**に答えよ。ただし，この問題を通じて導線の抵抗は無視できるとする。また，コンデンサーの極板間は真空と見なしてよく，解答には真空の誘電率ε_0を用いて良い。ここで，真空中のクーロンの法則の比例定数k_0と真空の誘電率との関係は$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0}$である。

問1 極板Aが極板Bの位置に作る電場の大きさと向きを答えよ。

問2 極板Bにかかる静電引力の大きさと向きを答えよ。

問3 極板間の電場の大きさと向きを答えよ。

問4 極板間の距離がz_0の時，平行板コンデンサーの静電容量を求めよ。

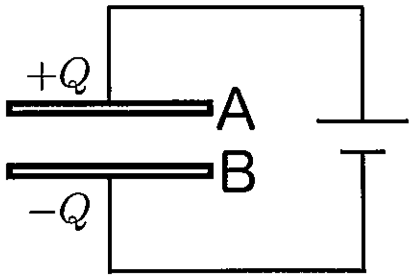

図1

次に，**図2**のように平行板コンデンサーの極板Bを固定し，極板Aを天井からばね定数kのばねで吊る。ここでは，極板Aは極板Bと平行を保ちつつ，極板と垂直なz方向にのみ自由に運動できる。また，この平行板コンデンサーは抵抗値Rの抵抗と起電力V_0の電源に繋がれており，最初はスイッチSは切ってある状態とする。スイッチSが切られていて極板に電荷がない時，つまりばねの力と重力がつり合う時の極板間の距離はz_0として，以下の**問**に答えよ。ただし極板Aには，ばねの力，重力，及び極板間の静電引力のみが働き，極板同士が互いに接触することはない。また，ばねは天井とは絶縁されており，ばねの自己インダクタンスや抵抗は無視できる。必要ならば解答に重力加速度の大きさgを用いても良い。 設定b

問5 時刻$t = 0$に極板Aを$z = z_0$に固定したままスイッチを閉じる。時刻tにおける抵抗とコンデンサーによる電圧降下を左辺に，電源による起電力を右辺に表して回路の方程式を書け。ただし，極板Aの電荷量Qの時間微分が下記のように電流Iとみなせるとする。

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

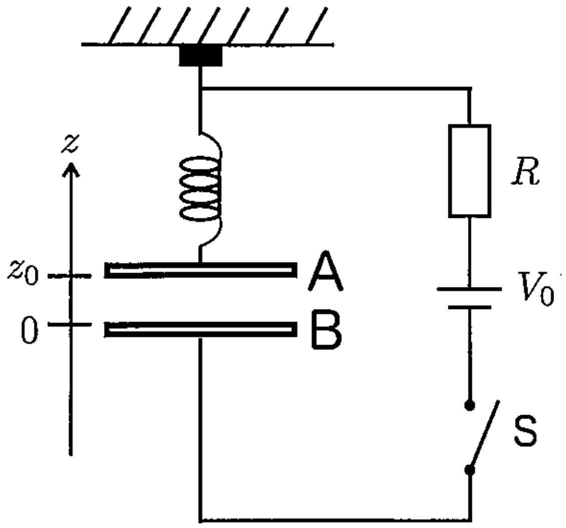

図 2

問 6 問 5 で求めた回路の方程式を，時刻 $t=0$（スイッチ S を閉じた時刻）での電荷量を，$Q=0$ として解き，Q を t の関数として求めよ。ただし，以下のヒントを用いて良い。

> **ヒント**: 以下の様な微小時間 dt での x の変化を示す方程式を考える時，
>
> $$\frac{dx}{dt}=C(x-D)$$
>
> C，D は定数として，一般解 x は時刻 t の関数として次のように表される。
>
> $$x=Ee^{Ct}+D$$
>
> ここで，E は初期条件によって決まる定数であり，e は自然対数の底である。

問 7 問 6 で求めた Q の関数が、横軸に t，縦軸に Q としてどのようなグラフになるかを答えよ。また，十分に時間が経った時の極板間に働く静電引力を答えよ。

次に，極板 A を $z=z_0$ に固定したまま十分に時間が経ってコンデンサーに電荷 Q が充電された後，スイッチ S を切ってから静かに極板 A の固定を外す。この固定を外した時刻を新たに $t'=0$ とする。ばねが自然長の時の極板 A の位置が $z=z_0$ であることに注意し，以下の問に答えよ。

設定a

問 8 極板 A の質量を m，位置を z として運動方程式を書け。ただし，下記のように，極板 A の速度 v の時間微分が加速度 a とみなせるとし，極板 A の位置の時間微分が速度 v とみなせるとする。

$$a=\lim_{\Delta t'\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t'}=\frac{dv}{dt'}\quad,\qquad v=\lim_{\Delta t'\to 0}\frac{\Delta z}{\Delta t'}=\frac{dz}{dt'}$$

問 9 極板 A の振動の中心位置と周期を求め，極板 A がどのような運動をするかをグラフを用いて説明せよ。

問 10 極板 A の位置 z を時間 t' の関数として求めよ。ただし，以下のヒントを用いて良い。

> **ヒント**: 単振動の変位 x と加速度 a を表す式は，時刻 t'，角振動数 ω，振幅を F，初期位相を θ_0 とすると，
> $$x = F\sin(\omega t' + \theta_0)$$
> と表せて，加速度は，
> $$a = -F\omega^2\sin(\omega t' + \theta_0)$$
> となる。ただし，θ_0 は初期条件によって決まる。

最後に，スイッチ S を閉じたまま，極板 A も動いている状況を考える。この場合，**問 5** で求めた回路の方程式においては z_0 を z に置き換えればよく，一方，**問 8** で求めた運動方程式は t' を t に置き換えてそのまま用いることができる。この状況下で，系全体のエネルギー収支について考察してみよう。

問 11 エネルギーの収支を下記の式のように書き表すことができる時，式の右辺の $\boxed{\mathrm{G}}$ に入る表式を I, V_0, R を用いて表せ。また，式の左辺の 3 項の物理的意味と両辺の関係を説明せよ。ここで，$\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mv^2 + \cdots)$ は $\frac{1}{2}mv^2 + \cdots$ の時間 (t) 微分を示す。

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(z_0 - z)^2 + \frac{1}{2}\frac{z}{\varepsilon_0 S}Q^2\right) = \boxed{\quad\mathrm{G}\quad}$$